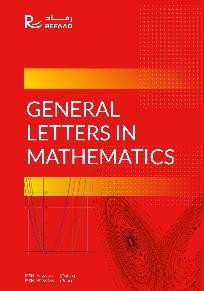
Available online at [www.refaad.com](http://www.refaad.com/) Gen. Lett. Math., 12(3) (2022), 139- 147

Research Article



**General Letters in Mathematics (GLM)**

Journal Homepage: https://[www.refaad.com/Journal/Index/1](http://www.refaad.com/Journal/Index/1)

ISSN: 2519-9277 (Online) 2519-9269 (Print)

Розв’язання задачі транспортної задачі використовуючи багатоатрибутну модель

**Basher. F. Mohammed a,\*** a Madenat alelem college, Iraq E-Mail: [basher\_a@mauc.edu.iq](mailto:basher_a@mauc.edu.iq)

# Анотація

Транспортна задача в дослідженні операцій, мабуть, є однією з найбільш досліджуваних. Існує багато моделей для розв’язання задачі транспортування одного продукту, які не враховують ситуацію з декількома продуктами.

В цій статті розглянуто випадок, коли задача з декількома продуктами асимілюється до проблеми з одним продуктом. Дослідження було зосереджене на правильному викладі проблеми парного транспортування, і найпростіші методи запропонували деякі техніки розв’язання для унікальних випадків, які дозволяють деякі спрощення. Метою цього дослідження є запропонувати модель стратегії для задачі транспортування з декількома продуктами, яка не обмежується лише унікальними випадками, а має на меті успішно розв’язати проблему, враховуючи різні фактори та використовуючи метод багатокритеріальної оцінки.

Ключові слова: транспортна задача, багатопродуктове транспортування, багатокритеріальна модель, прийняття рішень.

2010 MSC: 90B06.

# Вступ

Хоча в бізнесі транспортна задача декількох продуктів зустрічається частіше, у всіх підручниках та спеціалізованій літературі з транспортних моделей розглядається транспортна задача одного продукту, і дуже рідко згадується випадок з декількома продуктами

З цієї причини багато підприємців та їхніх консультантів з математичних моделей, які змушені працювати з транспортуванням декількох продуктів, повинні робити спрощення, наприклад, розглядати всі свої продукти як один, що в багатьох випадках не має практичного сенсу.

У зв'язку з цим виникла потреба вивчити цю тему з метою досягнення простого рішення, яке можна буде втілити на практиці. У цьому аспекті вже зроблено певний прогрес, наприклад, формальний підхід до проблеми та запропонування деяких рішень, особливо коли дозволяється деяке спрощення, що може перетворити проблему на окремий випадок [1],[2],[3],[4].

Але досі немає рішення, яке було б здатне розв’язати проблему у будь-який момент часу і враховувати наявність різних факторів, що можуть впливати на рішення.

З іншого боку, враховуючи наявний досвід роботи з багатоатрибутними моделями та їх простоту, було піднято можливість розв’язання цієї цікавої проблеми за допомогою багатоатрибутної техніки, тим самим визначивши мету цього дослідження, яку можна сформулювати таким чином:

\*Corresponding author

Email addresses: [basher\_a@mauc.edu.iq](mailto:basher_a@mauc.edu.iq) (Basher. F. Mohammed). doi:10.31559/glm2022.12.3.4

Received: 2 July 2022 Revised: 27 Aug 2022 Accepted: 4 Oct 2022

Створення моделі для розв’язання транспортної задачі кількох продуктів, з урахуванням різних факторів, які можуть впливати на рішення, та використання багатоатрибутної техніки.

З формулюванням загальної мети неявно визначаються конкретні цілі дослідження, які включають: виконання підходу до моделі транспортування кількох продуктів, включаючи відповідні змінні інших факторів, в доповнення до різних типів самих продуктів, що можуть впливати на їх рішення, та аналіз багатоатрибутних моделей, щоб у кінцевому підсумку використовувати їх і розв’язати поставлену проблему.

Методологія досягнення цієї мети буде науковим методом, застосованим до досліджень операцій, де першим етапом буде визначення проблеми, як це вказано в цілях, що були тільки що представлені. Далі буде проведено пошук даних, щоб встановити критерії та атрибути, які будуть використовуватися. Це призведе до визначення альтернатив, які будуть полягати в пошуку вагових коефіцієнтів та шкал вартості, що можуть допомогти розв’язати проблему транспортування кількох продуктів.

Дотримуючись визначеного в цілях, будуть завершені останні етапи, які включають: оцінку альтернатив та вибір найкращої, після чого буде представлено її деталі та проаналізовано можливі рішення, що відповідає встановленню контролю. [5],[6],[7].

Щодо обмежень, в певному розумінні вони вже були встановлені при формулюванні цілей, оскільки потрібна модель з практичним змістом, яка спрощує управління проблемою для тих, хто має працювати з транспортуванням кількох продуктів, допомагає їм у прийнятті рішень, хоча на неї впливають різні фактори, та яка використовує багатоатрибутну техніку. Але знаючи, що основна функція багатоатрибутної техніки - це упорядкування змінних, у цій роботі не буде розглянуто другу фазу, а саме призначення номерів продуктів, які будуть оброблені кожною з цих змінних.

Крім того, як передбачається дослідницькою групою, продукт, який має бути отриманий, повинен бути простим, щоб для його використання не було необхідності бути експертом у математичних моделях. [8],[9].

# Транспортна модель кількох продуктів

При обговоренні моделі транспортування ми спробуємо встановити спільну мову щодо номенклатури і, звісно, ми будемо виходити з посилання, яке представляє транспортування одного продукту, схема якого представлена на рисунку (1).

На цьому рисунку 1 зображено лише три джерела, які здатні виробляти, відповідно, f1, f2 і f3 одиниць вивченого продукту, та два пункти призначення, які потребують або вимагають d1 і d2 одиниць цього ж продукту.

Хоча кожен автор використовує свою власну номенклатуру, схема, яку представлено, схожа на ту, що можна знайти в широкій літературі з цієї теми [1],[2],[3],[4],[5],[6],[7],[8],[9], яка, як ви можете помітити, охоплює дані протягом кількох десятиліть, без суттєвих змін.

**F1**

Cij.xij

**D1**

**F2**

**D2**

**F3**

**Рисунок (1): спрощена графічна схема транспортної проблеми з трьома джерелами та двома пунктами призначення**

Схема на рисунку 1 підтверджує наявність шести (3\*2) змінних (𝑋11,𝑋12,𝑋21, 𝑋22, 𝑋31,𝑋32) і кожна з них має пов'язані з нею витрати (C11, C12, C21, C22, C31, C32). Ці змінні і ці витрати були представлені у загальному вигляді, через Xij та cij, які можна розглядати як кількість товару, яка відправляється з джерела i до пункту призначення j, та одиничну вартість товару, яка йде з джерела i до пункту призначення j.

З урахуванням вищевикладеного, загальна модель транспортування виводиться для одного продукту, яка спрямована на мінімізацію витрат. Результат для n джерел і m пунктів призначення [10],[11],[12]:

S.To

Min z =∑Cij\*Xij (1)

Xij =fi ………. i=1,…,n (2)

j=1,…,m

Xij = dj ………. i=1,…,n (3)

j=1,…,m

fi = dj ………. i=1,…,n (4)

j=1,…,m

Xij >= 0

Для всіх i та всіх j

Рівняння один (1) виражає мету мінімізувати загальні витрати на транспортування товарів з різних джерел до різних пунктів призначення.

Рівняння (2) і (3) представляють баланс у джерелах і призначеннях відповідно, тобто з джерела приходить те, що виробляється, і до пункту призначення приходить те, що вимагається.

Рівняння (4) представляє те, що задача збалансована, тобто загальна кількість, яка виробляється у джерелах, дорівнює загальному запасу в пунктах призначення. Вираз (5) просто гарантує, що всі змінні мають реальний фізичний зміст, оскільки всі вони позитивні.

Як видно з моделі, транспортна задача є проблемою лінійного програмування, і, отже, її можна розв’язати за допомогою таблиць Сімплекс-методу. Але, враховуючи, що утворюється розріджена матриця, тобто щільна у нулях, але також щільна в одиницях, розв'язання проблеми транспортування одного продукту за допомогою Сімплекс-методу не є ефективним, і з цієї причини виникло багато проблем. Існують методи, які дозволяють розв’язати цю проблему оптимальним чином [13],[14].

З урахуванням раніше представленої моделі, ефективніше представити проблему транспортування одного продукту через таблицю моделі транспорту, як показано в Таблиці (1).

У цій таблиці перший рядок вважається для ідентифікації пунктів призначення та їхніх відповідних вимог, dj, і кожен з наступних рядків буде представляти джерела та їхню потужність виробництва, fi, які показані в першому стовпці. У центральних квадратах матриці кожне поле буде складатися з двох елементів: Xij та cij, тобто кількість товару, яка виходить з джерела i до пункту призначення j, та його одинична вартість [10],[11],[12],[13],[14].

**Таблиця (1): Транспортна задача для одного продукту**

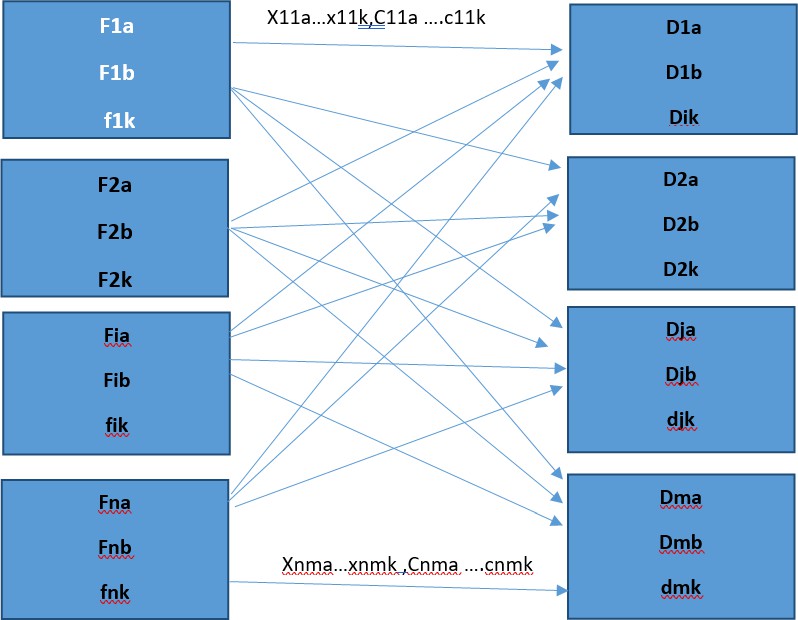
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **d1** | **d2** | **….d** | **m** |
| **f1** | **C11** | **C12** | **…** | **C1m** |
|  | **X11** | **X12** |  | **X1m** |
| **f2** | **C21** | **C22** | **….** | **C2m** |
|  | **X21** | **X22** |  | **X2m** |
| **…** | **…** | **….** | **…** | **….** |
| **f3** | **Cn1** | **Cn2** | **…** | **Cnm** |
|  | **Xn1** | **Xn2** |  | **Xnm** |

Під час розв’язання проблеми буде n \* m змінних, з яких лише m + n - 1 будуть базисними змінними. Методи розв’язання цієї проблеми - це двофазні методи, але оскільки вони широко обговорюються в

літературі [2],[3],[4],[5],[7],[9],[11],[12], вони не будуть розглянуті в цій роботі, і наступним кроком буде огляд моделі для кількох продуктів.

Роблячи аналогію з схемою на рисунку 1, на рисунку 2 показана задача з кількома продуктами.

На рисунку (2) показано, що джерела (1, 2, ..., i, ..., n), які можуть незалежно відправляти продукти a, b, ..., k, призначені для прийому різними пунктами призначення (1, 2, ..., j, ..., m) [13][14].



**Рисунок (2): спрощена схема транспортної проблеми кількох продуктів**

Транспортна задача кількох продуктів зводиться до обчислення загальних мінімальних витрат, за яких всі пункти призначення можуть бути задоволені кожним з вимог продуктів, відповідно до того, що вони отримали б від кожного джерела.

Знову ж таки, роблячи аналогію з проблемою транспортування одного продукту і, як це було показано в попередніх роботах [14],[15],[16],[17], буде досягнуто загальна модель:

S.To

з k = a, …, K

з k = a, …, K, для i = 1,n

з k = a, …, K, для i = 1,n

Для всіх i та всіх j для всіх k

Min z =∑Cijk\*Xijk (6)

Xijk =fik ………. i=1,…,n (7)

j=1,…,m

Xijk = djk ………. i=1,…,n (8)

j=1,…,m

fik = djk ………. i=1,…,n (9)

j=1,…,m

Xijk >= 0 (10)

У цьому випадку, як це показано на рисунку 2, існують K продуктів: a, b, ..., K, і загалом, з n джерел i, K продуктів k будуть відправлені до m пунктів призначення j. Це дозволяє зберегти структуру транспортної моделі для одного продукту, за винятком того, що в рівнянні (6), витрати, змінні мають додатковий індекс k, який представляє різні продукти, таким чином, як одиничні витрати, які тепер будуть cijk, що представляють вартість доставки продукту k з джерела i до пункту призначення j.

Щодо рівнянь (7) та (8), кожне з них тепер представляє більшу групування рівнянь, таким чином, (7) представляє n \* K рівнянь, які будуть множенням K рівнянь, які виробляються кожним з продуктів k, на n рівнянь, коли повторюється та ж сама ситуація в n джерелах i.

А рівняння (8) представляє m \* K рівнянь, знову ж таки множення K рівнянь, які виробляються кожним з продуктів k, але тепер для кожного з m пунктів призначення j.

Так само, рівняння (9) представляє K рівнянь, оскільки воно буде балансом для кожного з продуктів k незалежно. Щодо рівняння (10), за винятком нового індексу k, воно продовжує мати той самий зміст - зберігання різних змінних у позитивному значенні.

Цю модель можна перенести до транспортної таблиці, дуже схожої на ту, що для транспортування одного продукту, представлену в Таблиці 1, де простір був умисно збережений і тепер буде використаний для візуалізації різних продуктів, як у джерелах, так і в пунктах призначення, як показано в Таблиці (2).

Тут, в кожному зі стовпців, були розміщені вимоги dja, djb, ..., djk, і так само з джерелами, в кожному рядку була розміщена потужність виробництва відповідного джерела у кожному з продуктів fia, fib..., fik.

У тілі матриці не вказано жодного одиничного витрату і однієї змінної, але для кожної галереї буде набір змінних Xija, Xijb, ..., Xijk, та їхні пов'язані витрати cija, cijb, .. ., cijk [10],[11],[14].

**Таблиця (2): Транспортна задача для багатьох продуктів**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | **Напрямки** |  |  |  |  |  |
|  |  | **D1** |  | **D2** |  | **……** | **Dm** |  | **Постачання продукції** |
|  |  | **Необхідна кількість** | **Витрати** | **Необхідна кількість** | **Витрати** |  | **Необхідна кількість** | **Витрати** |
| **с** | **F1** | **x11a** | **c11a** | **x12a** | **c12a** | **……** | **x1ma** | **c1ma** | **f1a** |
| **Склади** |  | **x11b** | **c11b** | **x12b** | **c12b** | **……** | **x1mb** | **c1mb** | **f1b** |
|  | **x11k** | **c11k** | **x12k** | **c12k** | **……** | **x1mk** | **c1mk** | **f1k** |
| **F2** | **x12a** | **c12a** | **x22a** | **c22a** | **……** | **x2ma** | **c2ma** | **f2a** |
|  | **x12b** | **c12b** | **x22b** | **c22b** | **……** | **x2mb** | **c2mb** | **f2b** |
|  | **x12k** | **c12k** | **x22k** | **c22k** | **……** | **x2mk** | **c2mk** | **f2k** |
|  | **……** | **……** | **……** | **……** | **……** | **……** | **……** | **……** |
| **F3** | **xn1a** | **cn1a** | **xn2a** | **cn2a** | **……** | **xnma** | **cnma** | **fna** |
|  | **xn1b** | **cn1b** | **xn2b** | **cn2b** | **……** | **xnmb** | **cnmb** | **fnb** |
|  | **xn1k** | **cn1k** | **xn2k** | **cn2k** | **……** | **xnmk** | **cnmk** | **fnk** |
|  | **Попит на**  **продукцію** | **d1a** |  | **d2a** |  | **……** | **dma** |  |  |
|  | **d1b** |  | **d2b** |  | **……** | **dmb** |  |  |
|  |  | **d1k** |  | **d2k** |  | **……** | **dmk** |  |  |

Тепер, хоча структури еквівалентні, очевидно, оскільки відсутня функція, яка пов'язує різні витрати, або функція, яка пов'язує різні змінні галереї, що проблему транспортування кількох продуктів не можна розв’язати за допомогою тих самих алгоритмів, що використовуються для розв’язання проблеми з одним продуктом.

Однак, якщо приділити увагу деталям моделі, вираженої рівняннями (6-9), можна помітити, що це все ще задача лінійного програмування, для якої повинно бути можливо розв’язання, за допомогою методу Сімплекс. Який, як було сказано для одного продукту, може бути неефективним

Ця помічена неефективність методу Сімплекс надихає на пошук інших методів, які можуть дозволити знайти хороше рішення, як це відбувається у випадку моделей з кількома атрибутами, які дуже прості у використанні, і можуть дозволити першу наближену до рішення проблему певної складності, таку як транспортування кількох продуктів [12],[13],[14].

## Багатоатрибутна модель з множниковими факторами:

У попередніх роботах [15],[16],[17],[18], багатоатрибутні моделі або моделі багатоатрибутної корисності (MAU) були визначені як ті, що призначені для отримання корисності альтернатив через цінні атрибути, які повинні бути оцінені як компоненти критеріїв.

Таким чином, для побудови багатоатрибутної моделі необхідно: визначити важливі критерії та обмеження, перерахувати відповідні атрибути, провести вагове визначення критеріїв, визначити пропорційне вагове визначення атрибутів, визначити шкалу або діапазон вимірювання для кожного атрибута, визначити можливі обмеження та застосувати модель MAU до можливих альтернатив [15],[16]

У будь-якому випадку, кінцевим результатом буде модель додавання:

𝑝𝑡𝑠 = 𝑖 𝑃𝑐𝑖 ∗ (𝑝𝑎𝑗𝑐𝑖 ∗ 𝑣𝑎𝑗𝑐𝑖) (11)

Де нижній індекс i представляє критерій, а нижній індекс j - атрибут. Таким чином, pci буде балом, що призначено критерію i, pajci буде балом для атрибуту j критерію i, vajci відповідає значенню, що призначено атрибуту j критерію i, а Pts буде загальним значенням, досягнутим змінною, яка вивчається.

У зв'язку зі способом їх роботи багатоатрибутні моделі є дуже корисними при виборі між різними альтернативами або коли їх потрібно пріоритизувати. Однак їхня найбільша сила, адитивність, що робить їх дуже простими у використанні, стає їхньою основною слабкістю.

Ця слабкість, яка проявляється, коли існують різні шкали оцінювання або значення в дуже віддалених діапазонах, може бути виправлена за допомогою множникових факторів, які перетворюють модель в [17],[18].:

𝑃𝑡𝑠 = 𝑘𝑓𝑔𝑘 ∗ (𝑖 𝑓𝑖 ∗ 𝑝𝑐𝑖 ∗ (𝑗 𝑝𝑎𝑗𝑐𝑖 ∗ 𝑣𝑎𝑗𝑐𝑖)) (12)

Це зберігає всі попередні змінні, крім використання множникових факторів fgk та fi, де k відповідає за кількість корекційних факторів, які діють для всієї моделі, які будуть називатися загальними факторами, fgk та fi представлятимуть собою корекційний фактор, що діє для критерію i.

Ці множникові фактори, нормалізовані від нуля до одиниці, які можуть бути неперервними, між 0 до 1, або дискретними, тобто 0 або 1, надають більшу гнучкість багатоатрибутній моделі, яка з цією корекцією припиняє бути чисто адитивною моделлю [17],[18].

## Багатоатрибутна модель транспортної проблеми з багатьма продуктами

Знаючи, що багатоатрибутна модель буде оброблятися через критерії, атрибути, ваги та значення, кожен з цих факторів має бути визначений у транспортній проблемі з багатьма продуктами [15],[16].

У випадку критеріїв та атрибутів, так само як і множникові фактори, зазвичай нормалізуються до значень від нуля до одного, тобто загальна сума ваг критеріїв, а також сума ваг атрибутів одного критерію, повинні в сумі дорівнювати одиниці [15], [17].

З іншого боку, значення кожної змінної для оцінювання, хоча можуть використовуватися інші шкали, у цьому випадку будуть призначені в межах від нуля до п'яти, що є однією з найбільш часто використовуваних шкал [17][18].

Щодо самої моделі, серед основних критеріїв, які можна враховувати, є: продукти, склади, витрати, попит, клієнти та пропозиції. Оскільки клієнти можуть бути оброблені через попит і множникові фактори, для моделі залишили лише п'ять критеріїв: Продукт, Джерело, Склад, Призначення та Вартість [15][17][18].

Для кожного з цих критеріїв був створений фактор, і додатково були створені два загальні фактори. Таким чином, для продукту були враховані атрибути: Вага, яку він підтримує, Обсяг, який він займає, та Прибуток, який він генерує, а також фактор важливості, що є безперервним фактором, який відображає, наскільки важливий продукт для компанії. Значення 1 означає максимальну важливість, а чим ближче значення до 0, тим менше його важливість [15][16].

Для Джерела атрибути включають: Загальну потужність, що відноситься до джерела, та також відноситься до джерела Потужність виробки продукту, і фактор критерію, Цікавість, пов'язана з меншою або більшою зацікавленістю у виробництві цього продукту на конкретному джерелі. Значення цього фактора варіюється від 0, якщо джерело не використовують, до 1, якщо його віддають перевагу використовувати. Щодо Складу, його атрибути аналогічні до атрибутів Джерела: Загальна потужність, що відноситься до відповідного складу, та Потужність для продукту, також у відповідному складі. У цьому випадку фактор критерію, Умови, є безперервним фактором, де 0 означає, що немає умов для обробки продукту, а чим ближче значення до 1, тим ідеальніші умови.

Щодо Призначення, враховуються атрибути: Попит на продукт, Загальний попит клієнта та Загальна важливість клієнта. У цьому випадку фактор критерію, Відсутність попиту, буде дискретним, з значенням 0, коли немає попиту на продукт, та 1 у будь-якому іншому випадку [18][19].

Нарешті, критерій Витрат має наступні атрибути: Витрати на виробництво, зберігання та транспортування з i до j, де i є джерелом, а j - призначенням. У цьому випадку фактор критерію, Загальні витрати, буде варіюватися від 0, коли загальні витрати або одна з трьох складових є дуже високою, до 1, коли жоден з цих випадків не має місця

Таблиця показує два загальні фактори, Не продукт, що означає, що відповідний продукт не може бути вироблений у цьому джерелі, у такому випадку його значення буде 0, і буде наближатися до 1, коли він може бути вироблений.

Без жодних труднощів. Інший загальний фактор, Вимога, є дискретним фактором, який залежить від клієнта і пов'язаний з джерелом. Він приймає значення нуль (0), якщо не хочуть, щоб продукт надходив з цього джерела, значення нуль п'ять (0.5), якщо є інше пріоритетне або конкретне джерело, значення нуль вісім (0.8), якщо це одне з пріоритетних джерел, і значення один (1), якщо це конкретне джерело [18][19].

**Таблиця (3): Модель критерій та атрибутів**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерії** | **Атрибути** |
| **Продукт** | Вага  Вага, яку він підтримує  Обсяг, який він займає  Прибуток, який він генерує |
| **Виробництво** | Загальна потужність  Потужність виробки продукту |
| **Склад** | Загальна ємність  Ємність продукту |
| **Призначення** | Попит на продукт  Загальний попит  Загальна важливість клієнта |
| **Витрати** | Витрати на виробництво  На зберігання  Транспортування з i до j |

**Таблиця (4): Критеріальні та загальні фактори**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Фактор** | **Критерій** | **Символ** | **Пояснення** | **Діапазон** |
| Важливість | Критетій продукту | f11 | Важливість для компанії | Безперервний  0 до 1 |
| Цікавість | Критерій джерела | f21 | Зацікавленість у виробництві продукту в цьому джерелі | Безперервний  0 до 1 |
| Умови | Критерій складу | f31 | Умови зберігання цього продукту | Безперервний  0 до 1 |
| Відсутність попиту | Критерій призначення | f41 | Незалежно від того, чи потребує призначення продукт | Дискретне  0 або 1 |
| Всього | Критерій витрат | f51 | Якщо часткова вартість або загальна вартість є надмірною | Безперервний  0 до 1 |
| Не продукт | Загальний фактор | fg1 | Можливості виробки продукту на джерелі | Безперервний  0 до 1 |
| Вимога | Загальний фактор | (fg2) | Перевага клієнта щодо відповідного джерела | Дискретне  0, 0.5, 0.8 або 1 |

Щоб завершити ілюстрацію моделі та візуалізувати її роботу, в таблиці 5 представлені критерії та атрибути з їх відповідними вагами, а також проведено умовну оцінку для однієї з змінних Xiajk, яка представляє продукт k, що виходить зі складу a, від джерела i, до призначення j.

Очевидно, що для оцінки різних змінних необхідно залучати експертів відповідної організації, які можуть керувати важливістю кожного з критеріїв, факторів та атрибутів моделі, а також взаємозв'язком відповідних змінних з ними. Це завдання є досить простим завдяки високій гнучкості моделі.

Щодо значень, присвоєних змінним Xiajk, як видно з таблиці 5, існують прямі значення, де отримується вища оцінка при збільшенні значення атрибуту, та непрямі значення, які мають протилежний випадок.

До прямих значень належать: Підтримувана вага, Генерований прибуток, Загальна потужність – як на джерелі, так і на складі – Потужність виробляти продукт, Потужність для продукту, Попит на продукт, Загальний попит клієнта та Загальна важливість продукту і клієнта. До непрямих значень належать: Обсяг, Вага та витрати: на виробництво, зберігання та транспортування від i до j. [15],[18],[19].

**Таблиця (5): Багатоатрибутна модель для передачі кількох продуктів**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Критерій** | **Загальна вага** | **Атрибути** | **Вага** | **Xiajk** |
| **Продукт** | 0.23 | Вага | 26% | 4 |
|  |  | Вага, яку він підтримує | 28% | 2 |
|  |  | Обсяг, який він займає | 24% | 4 |
|  |  | Прибуток, який він генерує | 22% | 4 |
| **Важливість** | f11 |  | 90% |  |
| **Виробництво** | 0.19 | Загальна потужність | 25% | 3 |
|  |  | Потужність виробки продукту | 75% | 4 |
| **Цікавість** | f21 |  | 1.00 |  |
| **Склад** |  | Загальна ємність | 20% | 4 |
|  | Ємність продукту | 80% | 5 |
| **Умови** | f31 |  | 1.00 |  |
| **Призначення** | 0.27 | Попит на продукт | 35% | 5 |
|  |  | Загальний попит користувачів | 10% | 3 |
|  |  | Загальна важливість клієнта | 55% | 3 |
| **Відсутність попиту** | f41. |  | 1.00 |  |
| **Витрати** |  | Витрати на виробництво | 30% | 4 |
|  | На зберігання | 20% | 4 |
|  | На транспортування з i до j | 50% | 5 |
| **Всього.** | f51. |  | **1.00** |  |
| **Не продукт.** | fg1. |  | **1.00** |  |
| **Вимога.** | fg2. |  | **1.00** |  |
|  |  |  | ***pts*** | 3.867 |

Як видно з таблиці 5, для кожної змінної, яка оцінюється, буде отримано оцінку (Pts), яка є метою моделі з багатьма атрибутами і яка дозволить пріоритизувати всі змінні. Після цього упорядкування здійснюється призначення продуктів (k) з кожного складу (a), відповідного джерела (i), до призначення (j). Хоча це призначення виходить за межі цієї роботи, його можна узагальнити таким чином: змінній, що знаходиться на початку списку, буде призначено максимальну можливу кількість, що визначається мінімумом між залишковим попитом призначення і поточною наявністю на складі, на джерелі.

Розв'язок задачі буде знайдено, коли не залишиться змінних для призначення, або коли в джерелах не залишиться продуктів, або коли всі призначення задовольнять свої потреби, що у випадку збалансованої задачі відбудеться одночасно.

Після представлення моделі та пояснення її функціонування, тепер ми перейдемо до висновків та рекомендацій [17],[18],[19].

# Висновки та рекомендації

Перше висновок стосується цілей, які були повністю досягнуті, оскільки було представлено модель, яка на основі мультиатрибутної техніки дозволяє розв’язати транспортну проблему з декількома продуктами.

Також можна зробити висновок, що транспортна задача з декількома продуктами є дуже складною, оскільки вона охоплює велику кількість змінних, які пов'язані не лише з кількістю або різноманітністю продуктів, які організація обробляє зі своїх різних джерел, але й можуть бути пов'язані з такими факторами, як потужність та умови зберігання, специфічні вимоги різних клієнтів, ступінь важливості цих клієнтів та навіть продуктів.

Ще одним аспектом, який варто відзначити, є широта полів застосування, що їх пропонують мультиатрибутні моделі, де можна побачити, що за допомогою простої моделі можна допомогти розв’язати надзвичайно складну проблему, таку як транспортування декількох продуктів.

Особливої уваги заслуговує використання мультиплікативних факторів у мультиатрибутних моделях, що дозволяє виключити недійсні альтернативи прямим способом, одночасно надаючи моделям більшу гнучкість.

У конкретному випадку розробленої моделі мультиплікативні фактори критеріїв: Важливість, контролює виробництво продукту, так само як Цікавість, контролює його для відповідного джерела, аналогічно Умови контролюють це для відповідного складу, сприяючи або перешкоджаючи його зберіганню. Відсутність попиту дозволяє не відправляти продукт клієнту, який його не замовляв, а Загальні витрати уникають відправлення продукту з джерела до певного призначення, якщо його витрати не є привабливими. Аналогічно, загальні мультиплікативні фактори: Не продукт і Вимога, визначають, чи буде продукт вироблятися і чи буде він відправлений конкретному клієнту.

Хоча була представлена гіпотетична оцінка розробленої в цій роботі моделі, що дозволяє побачити її застосовність, рекомендується провести глибшу оцінку, застосовуючи її до реального випадку, якщо це можливо.

Коментарі в останніх двох абзацах свідчать про те, що ще багато чого потрібно зробити з мультиатрибутними моделями та мультиплікативними факторами, тому їх використання рекомендується в інших областях, де необхідно пріоритизувати змінні або умови.

І нарешті, рекомендується продовжувати дослідження проблеми транспортування декількох продуктів з метою покращення знайденої моделі, спочатку адаптуючи її до ситуацій щоденних бізнес-подій, а також завершити призначення кількості товару з кожного джерела до кожного призначення та проаналізувати, які інші змінні та обмеження можна одночасно впроваджувати та керувати ними.

# Список джерел

1. F. F. Leimkuhler, *Introduction to Operations Research*, 4th ed., vol. 10, no. 2. 1968.
2. R. O. Ferguson, *Quantitative Approaches To Management.*, 4th ed., vol. 1955, no. 1. 1955.
3. MATHUR Kamlesh & Solow Daniel, *Operations Research, the art of decision making*. 1996.
4. G. P. MOSKOWITZ, Herbert & Wright, *Investigation of Operations*. Prentice-Hall Hispanoamericana, 1982.
5. C. R. Sergeant and K. G. Murty, Linear and Combinatorial Programming, *Oper. Res. Q.*, 28(3) 1977, 608,.
6. D. K. Smith, D. T. Phillips, A. RaVindran, and J. J. Solberg, Operations Research: Principles and Practice, *Oper. Res. Q.*, 28 (2) 1977, 472,. https://doi.org/10.1057/jors.1977.86
7. K. Ord and H. A. Taha, Operations Research: An Introduction., *Oper. Res. Q.*, 23 (2) 1972, 234.
8. M. S. Makower, R. J. Thierauf, and R. A. Grosse, Decision Making Through Operations Research., *Oper. Res. Q.*, vol. 22 (2) 1971, 191. https://doi.org/10.1057/jors.1971.43
9. E. R. Ziegel and W. Winston, Operations Research: Applications and Algorithms, *Technometrics*, 30 (3) 1988, 361.
10. L. BORJAS, Marianela & Chiaruttini, *Alternate algorithm handler for solving network problems. Unpublished special degree work in Systems Engineering*. 2001.
11. A. J. Hoffman, *Linear programming and combinatorics*, pp. 245–253, 1979.
12. F. O. Merkle, *Operations Research*, 5th ed., 24(3) 1979.
13. M. CARTUSCIELLO, Patricia & Diaz, *Tool for managing the transport of multiple products*. Unpublished special degree work in Systems Engineering, 2001.
14. J. N. Hooker and W. J. van Hoeve, Constraint programming and operations research, *Constraints*, 23(2) 2018, 172– 195.
15. J. G. & G. G. M. J. HERNÁNDEZ R., *Approach to the transport of multiple products in ICSE (I International Congress of Systems Engineering*, Trujillo, Peru), pp. 168–174, 2001.
16. A. I. Kamba, S. M. Kardi, and Y. K. G. Dikko, Optimization of total transportation cost, *Glob. J. Pure Appl. Sci.*, 26 (1) 2020, 57–63. https://doi.org/10.4314/gjpas.v26i1.7
17. S. J. T. Jansen, The Multi-attribute Utility Method, *Meas. Anal. Hous. Prefer. Choice*, pp. 101–125, 2011.
18. M. J. HERNÁNDEZ R., José G. & García G., *Applications of a multi-attribute model to the distribution of refrigerated products*. 1998.
19. L. Ma, H. Chen, H. Yan, L. Yang, and L. Wu, Multiple attribute decision making model and application to food safety risk evaluation, *PLoS One*, 12(12) 2017, e0189835. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0189835